



МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ
ПСИХОФІЗІОЛОГІЧНИХ
ПРОЦЕСІВ ЛЮДИНИ

*Афанасьєв Сергій, Рокутов Сергій, Хорольський Петро,
Проскура Вікторія, Афанасьєва Олександра*
Придніпровська державна академія фізичної культури і спорту

DOI: 10.32540/2071-1476-2021-3-162

Annotations

Introduction. The article is devoted to an attempt to create a mathematical model of human psychophysiological processes. The introduction shows the relevance of the question. A review of sources of information on the issue under consideration is carried out. It is shown that mathematical modeling of any processes and events significantly accelerates and simplifies the knowledge of the world and at the same time allows to significantly reduce the cost of solving many scientific and, what is important, practical problems.

Research methods. The methods which are accepted at creation of systems of automatic control are used.

Results. Psychophysiological phenomena are considered from the point of view of information processing. Streams of information are described using digraphs. The psychophysiological process is considered as a decision-making process, which can be described by one of the models of an operator working in the "man-machine" system, namely by transmitting functions. At the same time, the model of human behavior in automated, ergatic control systems and in socio-technical systems is of particular interest. The main problem of the mathematization of mental phenomena is the absence in psychology of a system of concepts that are convenient for describing its processes and phenomena.

The only mathematized law of Weber-Fechner in psychology was taken as a basis. Psychophysiological phenomena are considered from the point of view of information processing. Further, information flows are described using digraphs. The psychophysiological process is considered as a decision-making process, which can be described by one of the models of an operator working in the "man-machine" system, namely by transmitting functions.

Conclusions. Mathematical models used in psychology and theory of control systems in relation to humans. An operator in the structures of such systems, allows you to develop mathematical models of such processes.

Key words: psychophysiological process, control system, Weber-Fechner law, graph.

Анотація

Вступ і мета дослідження. Стаття присвячена спробі створення математичної моделі психофізіологічних процесів людини. У вступі показана актуальність питання. Проведений значний огляд відомих джерел інформації щодо розглянутого питання. Показано, що математичне моделювання будь-яких процесів і подій істотно прискорює і спрощує пізнання світу та одночасно дозволяє суттєво зменшити вартість розв'язання багатьох наукових і, що важливо, практичних завдань.

Методи дослідження. Використані методи, які прийняті при створенні систем автоматичного управління.

Результати дослідження. Психофізіологічні явища розглянуті з точки зору переробки інформації. Потoki інформації описані за допомогою орграфів. Психофізіологічний процес розглядається як процес прийняття рішення, який може бути описаний однією з моделей оператора, що працює в системі "людина-маши-

на", а саме передають функціями. Особливий інтерес викликає модель поведінки людини в автоматизованих, ергатичних системах управління та в соціотехнічних системах. Основною проблемою математизації психічних явищ є відсутність в психології системи понять, зручних для опису її процесів і феноменів.

За основу був прийнятий єдиний в психології математизований закон Вебера-Фехнера. Психофізіологічні явища розглянуті з точки зору переробки інформації. Далі потоки інформації описані за допомогою орграфів. Психофізіологічний процес розглядається як процес прийняття рішення, який може бути описаний однією з моделей оператора, що працює в системі «людина-машина», а саме передавальними функціями.

Висновки. Використання математичних моделей, що використовуються в психології та теорії систем управління стосовно до людини як оператора в структурах таких систем, дозволяє розробити математичні моделі таких процесів.

Напрямок подальших досліджень полягає в побудові моделей прикладів окремих психофізіологічних процесів.

Ключові слова: психофізіологічний процес, система управління, закон Вебера-Фехнера, граф., передавальна функція.

Аннотация

Введение и цель исследования. Статья посвящена попытке создания математической модели психофизиологических процессов человека. Во введении показана актуальность вопроса. Проведен обзор источников информации по рассматриваемому вопросу. Показано, что математическое моделирование любых процессов и событий существенно ускоряет и упрощает познание мира и одновременно позволяет существенно снизить стоимость решения многих научных и, что важно, практических задач.

Методы исследования. Используются методы, принятые при разработке систем автоматического управления.

Результаты исследования. Психофизиологические явления рассмотрены с точки зрения переработки информации. Потоки информации описаны с помощью орграфов. Психофизиологический процесс рассматривается как процесс принятия решения, который может быть описан одной из моделей оператора, работающего в системе «человек-машина», а именно: передающими функциями. При этом особый интерес вызывает модель поведения человека в автоматизированных, эргатических системах управления и в социотехнических системах. Основной проблемой математизации психических явлений является отсутствие в психологии системы понятий, удобных для описания ее процессов и феноменов.

За основу был принят единственный в психологии математизированный закон Вебера-Фехнера. Психофизиологические явления рассмотрены с точки зрения переработки информации. Далее потоки информации описаны с помощью орграфов. Психофизиологический процесс рассматривается как процесс принятия решения, который может быть описан одной из моделей оператора, работающего в системе «человек-машина», а именно передающими функциями.

Ключевые слова: психофизиологический процесс, система управления, закон Вебера-Фехнера, граф.

Вступ. Математичне моделювання будь-яких процесів і подій істотно прискорює і спрощує пізнання світу та одночасно дозволяє суттєво зменшити вартість розв'язання багатьох наукових і, що важливо, практичних завдань.

Особливий інтерес викликає модель поведінки людини в автоматизованих, ергатичних системах управління та в соціотехнічних системах.

Адекватність математичних моделей в психології зустрічається з низкою труднощів і особливостей. По-перше, вважається, що існуючого запасу математичних

методів достатньо для вирішення будь-якої задачі [1]. Метод буде адекватним завданню, якщо його «ап'юріорний остів збігається зі структурою ситуації» [1]. Звідси не завжди працездатні стандартні методи, що в таких випадках спонукає до пошуку спеціалізованих рішень.

Часто ап'юріорні передумови неявні, «губляться з виду на довгому шляху від теоретичного обґрунтування методу до конкретних впроваджень» [1].

Основною проблемою математизації психічних явищ є те, що «психологія поки що не має

в своєму розпорядженні системи понять, зручних для опису її процесів і феноменів. І якщо для процесів, що входять в сьогодишню номенклатуру ... є якісь конвенціональні системи понять і уявлень, що можуть стати підставами для формулювання первинних моделей», то для «комплексних» процесів ... їх просто не існує» [1].

Що ж в кінцевому підсумку потрібно і в чому сенс створення математичних моделей в психології? Відповідь проста: потрібно адекватний прогноз явища в умовах, що відрізняються від відомих. Тоді можливе наукове до-

слідження та розв'язання нових практичних завдань.

До числа невеликої кількості математичних моделей в психології відносять емпіричний психологічний закон Вебера-Фехнера, що полягає в тому, що інтенсивність відчуття чогось p пропорційна логарифму інтенсивності подразника S [7]:

$$p = k \cdot \ln(S/S_0),$$

де S_0 – нижнє граничне значення інтенсивності;

k – константа, що залежить від суб'єкту відчуття, або, що те ж саме [8]:

$$\Delta A = A_1 - A_2 = k \cdot \ln(I_1/I_2)$$

де A_1, A_2 – відчуття двох символів за величиною;

I_1, I_2 – інтенсивності відповідної фізичної величини для цих стимулів.

У диференційному вигляді закон має вигляд [9]:

$$dA = kdI.$$

Модифікація закону Вебера-Фехнера - закон Стівенса визначає ступеневу залежність сили відчуття від інтенсивності подразника [10]:

$$Y = k \cdot S^n,$$

де Y – сила суб'єктивного відчуття;

n – показник ступеня.

Переходячи ближче до предмету статті, відзначимо сучасну тенденцію «збільшення числа керованих людиною об'єктів» [15], що «приводить до зростання обсягу інформації, яку він має прийняти, переробити і видати відповідне рі-

шення» [1]. «У процесах переробки інформації людиною вирішальна роль належить його пам'яті. Переробка інформації пам'яттю людини залежить і від його психофізіологічного стану» [1]. Тому далі будемо оглядати математичні моделі, що стосуються пам'яті.

Відома формула Г. Еббінгауза, що зв'язує відсоток завченого матеріалу, який зберігається в пам'яті, від часу збереження [21].

Формула А. Щукарьова пов'язує число повторень і обсяг подвоєних знань [15].

Робертсон запропонував функцію, зворотну формулі Щукарьова [15].

Відома також модель Терстоуна, що представлена у вигляді диференційного рівняння [19].

Відомі моделі навчання К. Холла, Ю. В. Рубльова та Г. Н. Вострова, Р. Е. Авчухова [15].

Всі ці моделі мають емпіричний характер, заснований на статистичній обробці експериментальних даних.

Відомі стохастичні моделі навчання Р. Аткинсона, Р. Булла, Ф. Мостеллера, У. Естеса, Е. Кротеса, Г. Бауера, А. П. Свиридова [3, 2, 5, 17].

Необхідність обліку роботи людини в системах управління стимулювала дослідження динамічних характеристик процесів переробки інформації оператором, в результаті чого були створені відповідні моделі [21]. Такі ж питання піднімалися в роботах вчених [16, 6, 4].

Математичне моделювання, в основному регресійного характеру, застосовується для опису динаміки зміни поширення захворювань, пов'язаних з вживанням алкоголю і наркотиків [13, 20, 12, 11, 18, 14].

Таким чином, дослідження в галузі математичного моделювання психофізіологічних процесів актуальні та практично загребувані.

Недоліком зазначених моделей є обмежена галузь використання навчання або роботи людини в якості ланки автоматизованої системи управління без можливості застосування для моделювання психофізіологічного стану.

Крім того, відсутній математичний опис (комплексний і по роздільності) переробки інформації по різних каналах її сприйняття і переробки, в тому числі від різних органів відчуттів.

Мета дослідження. Подальший розвиток математичних моделей психофізіологічних процесів людини в частині переробки інформації, що надходить, та її трансформації в практичні рішення: спроба вирішити задачу математичного опису процесів сприйняття й переробки інформації людиною по всіх можливих каналах її сприйняття окремо та в комплексі.

Методи дослідження. Робота була виконана з використанням методів дослідження, прийнятих при створенні систем автоматичного управління, зокрема передавальних функцій, теорії графів та математичного моделювання переробки інформації оператором людино-машинних систем, а також психометрії.

Результати дослідження. Сучасна людина, особливо в місті, а тим більше в мегаполісі, занурена в інформаційне середовище, потужність потоків в якому набагато перевищує звичну для минулих тисячоліть, тобто ту, для якої людину й було сформовано. Глобальною тенденцією є постійне зростання потужностей цих потоків. Крім звичайної для індивідуума навколишньої реальності, з'явилися різного рівня віртуальні реальності, що мають тенденцію до заміщення самої реальності.

Сучасна людина з моменту пробудження і до сну (через свої



Рис. 1. Граф переробки одноканальної інформації

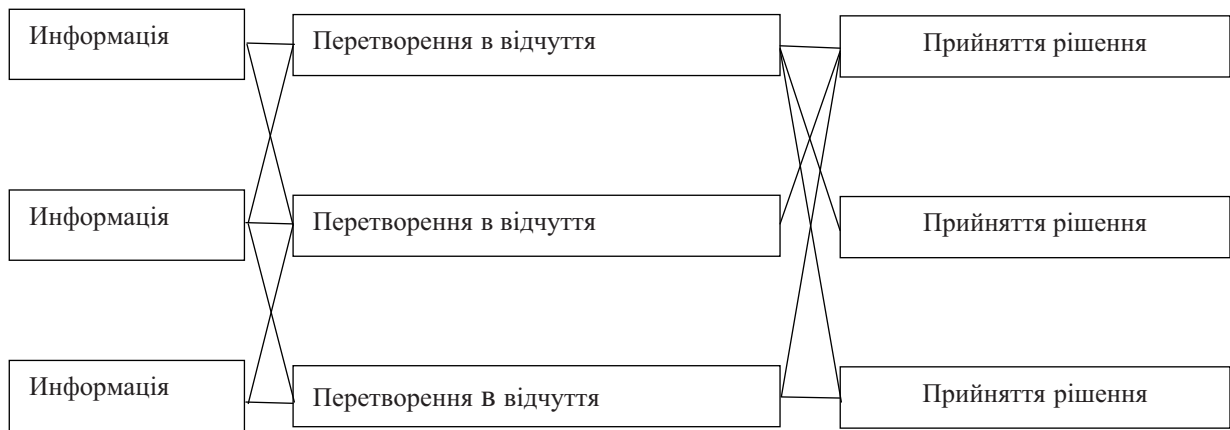


Рис. 2. Граф комплексної переробки багатоканальної інформації

органи відчуття) отримує величезні обсяги інформації, що вимагають прийняття рішення: купити, продати, піти, передати, віднести, розрахувати і т. і. Інформацію, що поступає, можна класифікувати по органах відчуття, через які вона поступає за призначенням.

Тоді можна сформуванати наступну модель сприйняття і переробки інформації.

Інформація, що надходить по одному з каналів (наприклад, пропозиція поїсти) викликає у людини відчуття, які суть вихідні дані для подальшого процесу прийняття рішення.

Модель можна представити у вигляді орграфу $G(a_i, b_i)$, де $a_i, b_i, i=1, 3$ - вершини і ребра графу відповідно.

Граф G_k одноканальної переробки інформації (по k -му каналу) представлено на рисунку 1.

Якщо структурувати і класифікувати по каналах всю інформацію, що надходить, то процес сприйняття і переробки всієї інформації можна уявити у вигляді орграфу $G(a_{kj}, b_{kj}), j=1, \bar{k}$, що складено з графів паралельних каналів G_j з урахуванням взаємозв'язків між цими каналами, як це показано на рисунку 2.

Кожну вершину графу G та графів G_j можна розглядати як блоки структурної схеми систе-

ми переробки інформації та задачі рішення. Вершини a_{ij} - суть блоки видачі вихідних даних, що передаються по ребрах b_{ij} в блоки a_{2j} перетворення в вихідні дані для блоків прийняття рішень a_{3j} , що передаються по ребрах b_{2j} .

Процеси перетворення a_{ij} можуть бути описані законом Вебера-Фехнера в диференціальному вигляді, приймаючи, що подразнення вище порядку I_0 :

$$dA/dt = (k/I_0) (dI/dt),$$

або на операційному поданні

$$W_{IA} = k/I_0 = k_1.$$

А процес прийняття рішення може бути описаний однією з моделей оператора, що працює в системі «людина-машина», наприклад, [13]:

$$W_0(s) = ke^{-st}(\alpha\tau_1 s + 1)/(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1),$$

де змінні описано в джерелі. Для перехресних зв'язків b_{ij} :

$$W_{3j}(s) = W_0(s, k_j, \alpha_j, \tau_{ij}, \tau_{1j}, \tau_{2j}),$$

де коефіцієнти k_j, α_j і сталі часу $\tau_{ij}, \tau_{1j}, \tau_{2j}$ - відповідають кожній парі каналів.

Тоді математичну модель комплексної переробки інформації та отримання рішення буде

описано квадратною матричною передавальною функцією:

$$W(s) = \{W_{mn}(s)\}, m=(1, \bar{k}), n=(1, \bar{k}), \\ W_{mn}(s) = (k_{mn} e^{-st_{ij}})((\alpha\tau_{ij}s + 1))/ \\ (\tau_{1ij}s + 1)(\tau_{2ij}s + 1), k_{mn} = k_{1m} k_{1n}.$$

Таким чином, в якості математичної моделі психофізичних процесів людини може бути прийнята передавальна функція $W_{mn}(s)$ такої МІМО-системи.

Висновки. З'ясувалося, що розгляд психофізичних процесів людини з точки зору комплексної переробки інформації та використання математичних моделей, що використовуються в психології та теорії систем управління стосовно до людини як оператора в структурах таких систем (людина-машинних), дозволяє розробити математичні моделі таких процесів.

Отримана математична модель - це передавальна функція МІМО-системи, де в якості каналів можна розглядати органи відчуття людини, якими надходить інформація, а також види інформації, що проходять крізь будь-який орган відчуття, наприклад: побутова, навчальна, службова і т. п. інформація.

Напрямок подальших досліджень полягає в побудові моделей прикладів окремих психофізіологічних процесів.

Література

1. Артемьева Е.Ю. О некоторых проблемах использования математических методов в психологии. В сб. «Психология и математика». Москва: Наука, 1976. С. 163-171.
2. Аткинсон Р., Бауэр Г., Кротес Э. Введение в математическую теорию обучения. Москва: Мир, 1989. 486 с.
3. Аткинсон Р. Человеческая память и процесс обучения. Москва: Прогресс, 1980. 528 с.
4. Благая Л.В., Павлова С.В. Математичні моделі діяльності людини-оператора в авіаційних ергатичних системах. Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. 2014. Т. 18. С. 12-20.
5. Буш Р., Мостеллер Ф. Стохастические модели обучаемости. Москва: Физматгиз, 1962. 484 с.
6. Гусак О. М. Побудова лінійної математичної моделі людини-оператора. Технологический аудит и резервы производства. 2015. № 2/2(22). С. 68-72.
7. Закон Вебера-Фехнера: доступно: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Закон Вебера-Фехнера](https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Вебера-Фехнера)
8. Закон Вебера-Фехнера: доступно: [https://uk.wikipedia.org/wiki/ Закон Вебера-Фехнера](https://uk.wikipedia.org/wiki/Закон_Вебера-Фехнера)
9. Закон Вебера-Фехнера: доступно: https://studopedia.com.ua/C_188572_zakon_vebera_fehnera.html
10. Закон Стивенса: доступно: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Закон Стивенса](https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Стивенса)
11. Киселев В.И., Полумиенко С.К., Левкова Е.А. Проблемы моделирования теневой экономики на примере нелегального оборота психоактивных веществ. Математичне моделювання в економіці. 2016. №1. С. 100-115.
12. Коршунов В.А., Герасимов А.Н., Миндлина А.Я. Оценка потенциальной эффективности первичной профилактики наркомании методом математического моделирования. Профилактическая медицина. 2018. №2. С. 21-27.
13. Маркозова Л.М., Лінський І.В., Бараненко О.В. Аналіз динаміки поширеності та захворюваності на розлади психіки і поведінки внаслідок уживання психоактивних речовин в Україні за період 1990–2014 років. Психіатрія, неврологія та медична психологія. 2017. Т. 4. № 1. С. 52-68.
14. Маркозова Л. М., Лінський І. В. Метод математичного моделювання агоністично-антагоністичної взаємодії станів залежності різного походження в процесі їхнього епідемічного поширення. Український вісник психоневрології. 2017. Т. 25. № 1(90). С. 188-189.
15. Присняков В.Ф., Приснякова Л.М. Математическое моделирование переработки информации оператором человеко-машинных систем. Москва: Мир, 1990. 248 с.

References

1. Artem'eva E.Ju. On some problems of using mathematical methods in psychologists. V sb. «Psihologija i matematika». Moskva: Nauka, 1976. PP. 163-171. (In Russian)
2. Atkinson R., Bauer G., Krotos E. Introduction to mathematical theory of training. Moskva: Mir, 1989. 486 p. (In Russian)
3. Atkinson R. Human memory and learning process. Moskva: Progress, 1980. 528 p. (In Russian)
4. Blagaia L.V., Pavlova S.V. Mathematical models of human operator activity in aviation ergical systems. Aktualni problemy avtomatyzatsii ta informatsiinykh tekhnolohii. 2014. T. 18. PP. 12-20. (In Ukrainian)
5. Bush R., Mosteller F. Stochastic teaching models. Moskva: Fizmatgiz, 1962. 484 p. (In Russian)
6. Gusak O. M. Construction of a linear mathematical model of a person-operator. Tehnologicheskij audit i rezervy proizvodstva. 2015. № 2/2(22). PP. 68-72. (In Ukrainian)
7. Zakon Vebera-Fehnera: available from: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Zakon Vebera-Fehnera](https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Вебера-Фехнера)
8. Zakon Vebera-Fehnera: available from: [https://uk.wikipedia.org/wiki/ Zakon Vebera-Fehnera](https://uk.wikipedia.org/wiki/Закон_Вебера-Фехнера)
9. Zakon Vebera-Fehnera: available from: https://studopedia.com.ua/C_188572_zakon_vebera_fehnera.html
10. Zakon Stivensa: available from: [https://ru.wikipedia.org/wiki/ Zakon Stivensa](https://ru.wikipedia.org/wiki/Закон_Стивенса)
11. Kiselev V.I., Polumienko S.K., Levkova E.A. Problems of modeling of the shadow economy on the example of illegal revolutions of psychoactive substances. Matematychnе modeliuвання v ekonomitsi. 2016. No 1. PP. 100-115. (In Russian)
12. Korshunov V.A., Gerasimov A.N., Mindlina A.Ja. Evaluation of the potential effectiveness of the primary prevention of drug addiction by the method of mathematical modeling. Profilakticheskaja medicina. 2018. No 2. PP. 21-27. (In Russian)
13. Markozova L.M., Linskyi I.V., Baranenko O.V. Analysis of the dynamics of prevalence and morbidity of disorders of the psyche and behavior due to the use of psychoactive substances in Ukraine for the period 1990-2014. Psykhiiatriia, nevrolohiia ta medychna psykhologhiia. 2017. T. 4. No 1. PP. 52-68. (In Ukrainian)
14. Markozova L.M., Linskyi I.V. Method of mathematical modeling of agonist-antagonistic interaction of states of dependence of various origins in the process of their epidemic distribution. Ukrainskyi visnyk psykhonevrolohii. 2017. T. 25. No 1(90). PP. 188-189. (In Ukrainian)
15. Prisnjakov V.F., Prisnjakova L.M. Mathematical modeling of information processing by the operator of man-machine systems. Moskva: Mir, 1990. 248

16. Репин А.И., Кашкина Т.И. Особенности применения минимаксных операций для управления боковым движением самолета. Вестник московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 1. С. 92-98.
17. Свиридов А.П. Основы статистической теории обучения и контроля знаний. Москва: Высшая школа, 1981. 262 с.
18. Суходолов А.П., Маренко В.А., Бычкова А.М. Когнитивная модель «распространение наркомании». Russian Journal of Criminology. 2019. Т. 13. № 4. С. 535-546.
19. Экспериментальная психология. Ред.– сост. С. Стивенс. Москва: Изд-во иностр. лит., 1963. Т. 2. 1038 с.
20. Юрченко О.М., Лінський І.В. Якість життя у хворих на параноїдну шизофренію та її діагностичне значення. Український вісник психоневрології. 2017. Т. 25. № 2 (91). С. 92-96.
21. Ebbinghaus H. Uber das Gedachtnis: Untersuchungen zur experimentellen Psychologie. Leipzig: Dunker und Humbolt, 1885.
16. Repin A.I., Kashkina T.I. Features of applying minimax operations to control the side movement of the aircraft. Vestnik moskovskogo aviacionnogo instituta. 2018. T. 25. No 1. PP. 92-98. (In Russian)
17. Sviridov A.P. Basics of the statistical theory of learning and knowledge control. Moskva: Vysshaja shkola, 1981. 262 p. (In Russian)
18. Suhodolov A.P., Marenko V.A., Bychkova A.M. Cognitive model "Dissemination of drug addiction". Russian Journal of Criminology. 2019. T. 13. No 4. PP. 535-546. (In Russian)
19. The experimental psychology. Red.– sost. S. Stivens. Moskva: Izd-vo inostr. lit., 1963. T. 2. 1038 p. (In Russian)
20. Yurchenko O.M., Linskyi I.V. Quality of life in patients with paranoid schizophrenia and its diagnostic value. Ukrainnyi visnyk psykhonevrolohii. 2017. T. 25. No 2 (91). PP. 92-96. (In Ukrainian)
21. Ebbinghaus H. Uber das Gedachtnis: Untersuchungen zur experimentellen Psychologie. Leipzig: Dunker und Humbolt, 1885.

Афанасьєв Сергій Миколайович

Придніпровська державна академія фізичної культури і спорту,
Вул. Набережна Перемоги, 10, м.Дніпро, 49094, Україна
e-mail: admin_infiz@ukr.net
ORCID <https://orcid.org/0000-0001-7739-3461>

Рокутов Сергій Вікторович

Придніпровська державна академія фізичної культури і спорту,
Вул. Набережна Перемоги, 10, м. Дніпро, 49094, Україна
e-mail: rokutov@ukr.net
ORCID <https://orcid.org/0000-0003-1382-9187>

Хорольський Петро Георгійович

Придніпровська державна академія фізичної культури і спорту,
Вул. Набережна Перемоги, 10, м.Дніпро, 49094, Україна
ORCID <https://orcid.org/0000-0001-5233-182X>

Проскура Вікторія Степанівна

Придніпровська державна академія фізичної культури і спорту,
Вул. Набережна Перемоги, 10, м.Дніпро, 49094, Україна
e-mail: pvs55@i.ua
ORCID <https://orcid.org/0000-0001-9810-7794>

Афанасьєва Олександра Сергіївна

Придніпровська державна академія фізичної культури і спорту,
Вул. Набережна Перемоги, 10, м.Дніпро, 49094, Україна
e-mail: sunny.sana1704@gmail.com
ORCID <https://orcid.org/0000-0002-5350-6289>